**4.3 טענה**

תהיינה אולטרה פילטרים על , אזי אולטרה פילטר.

הוכחה:

1. עבור כל מתקיים . מצד שני

ולכן קיבלנו כי וכן .

1. תהיינה

*אזי לכל מתקיים:*

ולכן קיבלנו כי

1. יהי ויהי כך ש אזי:  
   *לכל מתקיים:*  
     
   ולכן גם .
   1. ולכן *.*

*מ1 ,2 ו3 קיבלנו כי פילטר.*

*יהי נתבונן ב*

*אזי לכל מתקיים*

*מצד שני מתקיים*

*ולכן*

*ולכן כי אולטרא פילטר ולפי 2.3.*

*ולכן קיבלנו כי .*

*ולכן קיבלנו לפי 2.3 כי אולטרא פילטר.*

*מש"ל.*

*וממילא קיבלנו כי . ולכן קיבלנו כי פעולה בינארית על*  .